

TRAVAIL DE VACANCES
Passage de S1G en S2E.

Les objectifs principaux :

Les ensembles :

1. Définir : ensemble, sous-ensemble, intersection et réunion.
2. Faire la différence entre inclut et appartient.
3. Déterminer le complémentaire d'un sous-ensemble.
4. Déterminer l'ensemble de nombres.

Equations et inéquations du premier degré :

1. Savoir résoudre des équations et des inéquations qui se ramènent au premier degré.
2. Résoudre un système d'inéquations se ramenant au premier.

Fonctions :

1. Définir une fonction, son domaine ou ensemble de définition, et sa courbe représentative.
2. Savoir une fonction paire et une fonction impaire.
3. Étudier le sens de variation d'une fonction.
4. Savoir trouver l'extremum d'une fonction.
5. Lire graphiquement une fonction et dresser son tableau de variations.
6. Tracer la courbe représentative d'une fonction.
7. Résoudre graphiquement d'équations et d'inéquations.

Polynômes :

1. Trouver la racine d'un polynôme.
2. Factoriser un polynôme par $(x-a)$ avec a réel

Encadrement :

Savoir calculer et faire des opérations avec les encadrements.

Fiche 1 :

N1.

A. Soit $p(x) = mx^3 + (m - 3)x^2 - mx + 2$.

- 1) Calculer m pour que -1 soit une solution de l'équation $p(x) = 0$.
- 2) En déduire que $p(x)$ s'écrit sous la forme $p(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont des réels à déterminer.
- 3) Résoudre l'inéquation $\frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 + x + 1} \geq 0$.

N2.

Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 3}$.

N3.

Résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} \frac{4}{2x-3} - \frac{3}{x+1} \leq \frac{14-x}{2x^2-x-3} \\ \frac{x^3(x+1)^2}{-x+2} \geq 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - y + 4 \leq 1 \end{cases}$$

N4.

- 1) On donne :

$$A = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ et } x \text{ divise } 24\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ et } x \text{ est un multiple de } 4 \text{ inférieur à } 13\}$$

$$C = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

a) Ecrire en extension : A ; B ; $A \cup C$ et $A \cap B$

b) Ecrire C en compréhension.

- 2) Recopier et compléter par $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$;

$$3) -5 \dots \mathbb{Z} ; \quad -5 \dots \mathbb{N} ; \quad \{-5\} \dots \mathbb{Q} ; \quad \{0; 1\} \dots \mathbb{N}^* ; \quad \mathbb{N} \dots \mathbb{Z}^* ; \quad \mathbb{N} \cap \mathbb{Z} \dots \mathbb{R} ; \\ \mathbb{Z}^* \cap \mathbb{Q} \dots \mathbb{N}^* \cap \mathbb{R} , \quad A \cap \bar{A} \dots A \cup \bar{A}$$

N5 :

A. On considère le polynôme $P(x) = mx^2 + (m - 3)x^2 - mx - 1$.

- 1) Calculer m pour que 3 soit une solution de l'équation $p(x) = 0$.
- 2) En déduire que $p(x)$ s'écrit sous la forme $p(x) = (x - 3)(bx + c)$ où a , b et c sont des réels à déterminer.
- 3) Résoudre l'inéquation $p(x) > 0$ puis $p(x) < (2x - 6)$.

Fiche 2 :

N1.

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte ; la choisir en justifiant

:

N °	Questions	A	B	C
1	La détermination principale de l'angle $\frac{25\pi}{6}$ est :	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	La solution de l'inéquation $ 2x - 1 > x + 2 $ est :	$] -\infty; -\frac{1}{3}[\cup]3; +\infty[$	$] -\frac{1}{3}; 3[$	Autre réponse
4	Si $\sqrt[3]{1 - 5x} = -4$, alors $x =$	13	-64	N'existe pas
5	$\frac{25^{n+1} - 25^n}{5^{2n}(4^n - 4^{n-1})} =$	4^{n-1}	2^{5-2n}	$\frac{1}{4^n}$

N2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

1) $\frac{(16-4x^2)}{(x-3)^2(2x+1)} \leq 0.$

2) $2x(x-4) - (x-4)^2 > 0$

3) $\frac{x+5}{3} - \frac{6+7x}{21} = \frac{9x+8}{7}$

4) $\frac{5x-4}{x+2} - \frac{2x-1}{x-2} = 3 - \frac{-x+7}{x^2-4}$

5) $\frac{2x+1}{x-2} + \frac{x}{x+2} \leq 3.$

Fiche 3 :

N1.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

- 1) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = \frac{1}{8} - 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2$.
- 2) Tracer (P) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$
- 3) Résoudre graphiquement : a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = -4$ c) $f(x) > 2$

N3.

Partie a.

On nomme f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = x^2 - 4x + 3$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$.

- a) Tracer sa courbe (C).
- b) Dresser le tableau de variations de $f(x)$
- c) Résoudre $f(x) \geq 0$ puis $0 \leq f(x) < 3$.

Partie b.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$, par $g(x) = \frac{x-1}{2x+2}$. On nomme (H) sa courbe représentative dans le même repère.

- a) Déterminez les réels a et b tels que $g(x) = a + \frac{b}{2x+2}$.
- b) Tracer (H).
- e) Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{x-1}{2x+2} < 3$ et vérifier graphiquement.
- f) Déduire le domaine de définition de la fonction $m(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2x+2}}$.

Fiche 4 :

N1.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$|-2x + 1| + 3|x - 1| = 2$$

$$4x^2 - 9 \leq (2x - 3)(x + 2)$$

$$\frac{(-2x + 3)^2(-x - 2)}{(3x + 1)} \geq 0$$

Partie B :

Simplifier l'expression A avec :

$$A = \sqrt[4]{(1 - \sqrt{5})^4} - \sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})^3}$$

N2.

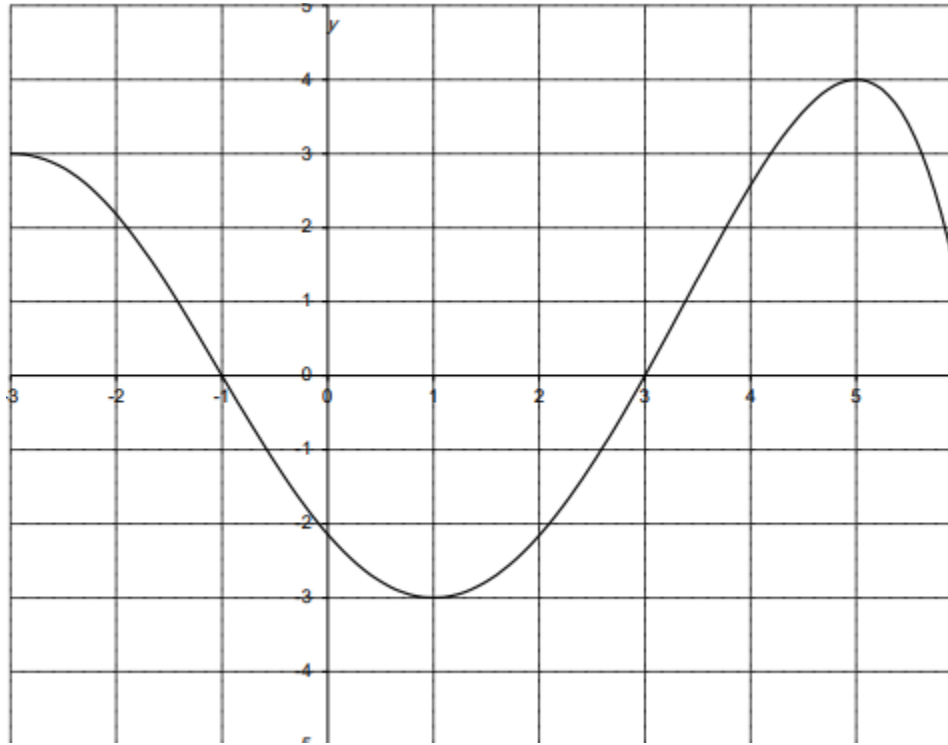
On considère le polynôme $P(x) = m x^2 + (m - 3)x^2 - m x + 12$.

- 1) Calculer m pour que 3 soit une solution de l'équation $p(x) = 0$.
- 2) En déduire que $p(x)$ s'écrit sous la forme $p(x) = (x - 3)(bx + c)$
où b et c sont des réels à déterminer.
- 3) Résoudre l'inéquation $p(x) > 0$ puis $p(x) < (2x - 6)$.

N3.

les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1 :



Le graphique ci-dessus représente une fonction f .

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Dresser le tableau de variations de f .
- 3) Dresser le tableau de signe de $f(x)$.
- 4) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse :
 - a) f est négative sur $] -2 ; 1[$.
 - b) L'équation $f(x) = 2$ a 4 solutions sur $[-3 ; 6]$.
 - c) $f(-3) < f(5)$ car f est croissante sur l'intervalle $[-3 ; 5]$
- 5) Déterminer le domaine de définition de la fonction $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Partie 2 : On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-7 ; 10]$ telle que $f(0) = 2$.
Le tableau de variation de la fonction f est le suivant :

x	-7	-3	2	5	7	10
$f(x)$	2	5	0	-1	0	1

- 1) Donner le tableau de signe de f .
- 2) Pour chacune des affirmations, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse :
 - a) $f(-2) < f(3)$
 - b) $f(-5) < 5$
 - c) $f(-6) < f(1)$
 - d) L'équation $f(x) = 0$ admet une solution sur $[-7 ; 10]$.
- 3) Tracer une courbe susceptible de représenter de cette fonction.

Fiche 6.

N1 :

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte ; la choisir en justifiant

N °	Questions	A	B	C
1	L'image de -2 par la fonction $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ est :	-4	$-2^2 \times 3$	12
2	Un antécédent de -2 par la fonction $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ est :	-4	-3	0
3	Si f est une fonction paire définie sur $[-2 ; 2]$ et f est croissante sur $[-2 ; 0]$ alors	f est décroissante sur $[0 ; 2]$	f est croissante sur $[0 ; 2]$	f admet l'origine O comme centre de symétrie.
4	Le domaine de définition de $f(x) = \sqrt{\frac{(x-6)(x^2+25)}{(x-1)(3x-4)}}$ est	$[6; +\infty[$	$]1; \frac{4}{3}[\cup [6; +\infty[$	$] - \infty; 1[\cup [6; +\infty[$

N2:

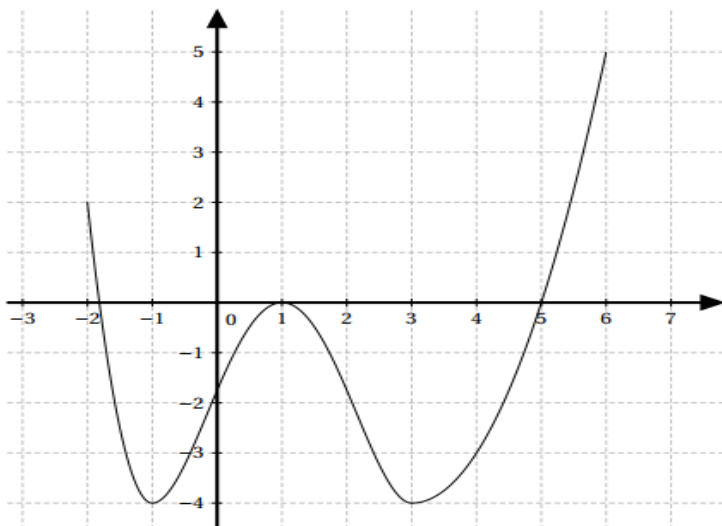
Les parties (A) et (B) de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

On donne la fonction $g(x) = \frac{x}{2} + 4$

- 5) Déterminer le domaine de définition de g .
- 6) Etudier la parité de g .
- 7) Calculer l'image de $-\sqrt{2}$ par g .
- 8) Calculer l'antécédent de 0 par g .
- 9) Etudier les variations de g sur son domaine et dresser son tableau de variations.

Partie B :



La figure ci-dessus représente la représentation graphique (C) d'une fonction f .

En utilisant la figure, répondre aux questions suivantes :

7) Déterminer le domaine de définition de f .

8) Déterminer $f(-1)$ et $f(1)$. (C)

9) Dresser le tableau de variation de f .

10) Dresser le tableau de signe de f .

11) Résoudre : a) $f(x) = 0$. b) $f(x) = -2$. c) $f(x) \leq -4$.

d) $-4 < f(x) \leq -3$.

12) Déterminer le domaine de définition de la fonction K définie par $k(x) = \sqrt{f(x)} + x$.

N3:

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes :

Partie A :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

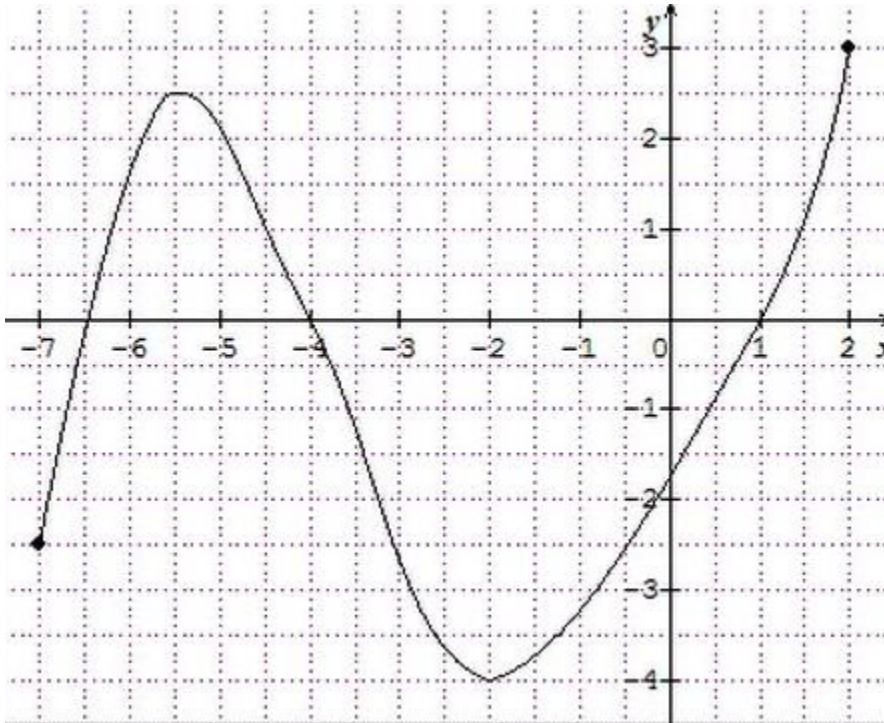
On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'axe $(x'ox)$ et $(y'oy)$.

1) Montrer que f admet un extremum en -2 qu'on déterminera sa nature.

2) Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x + 5)$

- 3) Trouver les antécédents de 0 par f .
- 4) Trouver l'image de 0 par f .
- 5) Tracer la courbe (C) pour $x \in [-3 ; 2]$.

Partie B :



La courbe ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction f .

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Dresser le tableau de signe de f .
- 4) Résoudre graphiquement
 - a) $f(x) = 3$.
 - b) $f(x) \leq -1$.

On donne l'équation : $f(x) = m$, où m est un paramètre réel. Discuter suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation donnée.

Bonnes Vacances !